



IKER
GAZTE
NAZIOARTEKO
IKERKETA EUSKARAZ

III. IKERGAZTE

NAZIOARTEKO IKERKETA EUSKARAZ

2019ko maiatzaren 27, 28 eta 29
Baiona, Euskal Herria

ANTOLATZAILEA:
Udako Euskal Unibertsitatea (UEU)

INGENIARITZA ETA ARKITEKTURA

**3-PRS robot baten parametro
dinamikoen identifikazioa Egiantz
Handieneko estimazio-metodoaren
bidez**

*Julen Bacaicoa, Xabier Iriarte eta
Jokin Aginaga*

56-63 or.
<https://dx.doi.org/10.26876/ikergazte.iii.03.07>



3-PRS robot baten parametro dinamikoen identifikazioa Egiantz Handieneko estimazio-metodoaren bidez

Bacaicoa, Julen, Iriarte, Xabier eta Aginaga, Jokin

Ingeniaritza Mekaniko Aplikatuaren eta Konputazionalaren ikerketa-taldea

(IMAC) Nafarroako Unibertsitate Publikoa

julen.bacaicoa@unavarra.es

Laburpena

Artikulu hau Sistema Dinamikoen Identifikazioaren arloan kokatzen da, hain zuzen ere ikerketa-ildo honetan: 3-PRS robot baten parametro dinamikoen estimazioa, *Karratu Txiki*en metodoa (*Least Squares method*, LS) eta *Egiantz Handieneko* metodoa (*Maximum Likelihood method*, ML) erabiliz. Artikulu honetan, lehenik, eredu zinematikoa eta eredu dinamikoak garatu dira; bigarrenik, ekuazio dinamikoak kalkulatu dira *Potentzia Birtualen Printzipio*aren bidez, eta eredu murriztua egin da; eta, azkenik, parametro dinamikoak erdietsi dira LS eta ML metodoen bidez. Behin parametro dinamikoak estimatu ondoren, horien ondoriozko neurketak sistema mekanikoari zenbateraino doitzen zaizkion begiratu da, eta ML estimazio-metodoa erabili behar ote den egiaztatu da, neurtu den zarataren magnitudea kontuan hartuta.

Hitz gakoak: Parametro dinamikoen identifikazioa, Karratu Txiki en estimazio-metodoa, Egiantz Handieneko estimazio-metodoa, 3-PRS robota

Abstract

This paper is focused on the Identification of Dynamic Systems, especially on the estimation of the dynamic parameters of a 3-PRS Robot using the methods of the Least Squares (LS) and Maximum Likelihood (ML). In this paper cinematic and dynamic models have been developed, then by means of the Principle of the Virtual Powers the dynamic equations have been obtained with the reduced model and finally through the LS and ML methods the dynamic parameters were achieved. Once the dynamic parameters have been estimated, it has been checked whether the estimate fits the measurements and the use of the ML estimation method has been ensured depending on the magnitude of the noise measurement.

Keywords: Dynamic parameters identification, Least Squares estimation, Maximum Likelihood estimation, 3-PRS robot

1. Sarrera eta motibazioa

Parametro dinamikoen identifikazioaren helburua da sistema mekanikoen eredu matematikoen barnean dauden zenbait parametro estimatu edo balioestea. Prozesu hori egiteko, sistemaren erantzuna eta planteatutako eredu matematikoa konparatzen dira. Sistemaren sarrerak eta irteerak zuzenean lortzen dira neurri esperimentalen bidez.

Sistema mekaniko baten portaera deskribatzen duten magnitude fisiko konstanteak parametro zinematikoetan eta dinamikoetan bereizten dira, magnitudeen izaeraren arabera. Parametro zinematikoak luzera eta angelu konstanteak dira, eta sistemaren geometria deskribatzen dute. Kasu askotan, nahikoa informazio zehatz izaten dugu eskura parametroei buruz, gehienetan sistemen fabrikatzaileek berek ematen dutelako; halakoa da, hain zuzen, robot industrialen kasua. Parametro dinamikoak, bestalde, solidoen termino inertzialez osatuta daude –masak, grabitate-zentroen posizioak eta inertzia-tentsioak–, bai eta pare zinematikoen marruskadura definitzen duten marruskadura-parametroez ere. Parametro zinematikoen kasuan ez bezala, normalean ez da izaten informazio zehatzik parametro dinamikoari buruz; kasu batzuetan, zailegia izaten delako esperimentalki neurtzea, eta, beste batzuetan, aldaketa adierazgarriak jasan ditzaketelako sistema mekanikoaren bizitzan zehar.

Identifikatu beharreko parametroak parametro inertzialei bakarrik badagozkie, lortutako eredu matematikoak linealak izaten dira parametro horiekiko. Hortaz, zenbakizko metodo sinpleak erabil daitezke parametroak kalkulatzeko, *Karratu Txiki*en estimazio-metodoa besteak beste. Ebazpen-metodo horrek kostu konputazional txikia du, eta konbergentzia, berriz, bermatua du; beraz, beti aurkituko du emaitza bat.

Artikulu honetan, sistema mekaniko baten parametro dinamikoak estimatzeko modu bat proposatzen da, *Egiantz Handien*eko estimazio-metodoa erabiltzen duena. Beraz, artikularen motibazioa zera da: egiaztatzea, parametro dinamikoak kalkulatzeko, Egiantz Handieneko metodoa aplikatzeko modukoa ote den beste estimazio-metodo ohikoagoen aldean, eta jakitea zein baldintzatan erabili behar den ML estimazio-metodoa eta zeinetan LS metodoa. Izan ere, sistema mekanikoaren posizio-neurketen zarata aintzat ez hartzekoa bada, parametroen estimazioa LS metodoaren bitartez egin daiteke; zarata aintzat hartzekoa bada, aldiz, beste estimazio-metodo batzuk erabili behar dira. ML metodoa, esate baterako, parametro dinamikoak kalkulatzeko ez ezik, esperimentuan zehar sistema mekanikoak egindako mugimendua estimatzeko baliatu da.

2. Arloko egoera eta ikerketaren helburuak

Parametro dinamikoak identifikatzeko lehenbiziko lanetan, roboten eredu dinamikoak parametro dinamikoekiko linealki adieraztea lortu zen. Kanade-k eta Khoslak (1985), adibidez, kate irekiko roboten ekuazioak parametroekiko linealki adieraztera iritsi ziren *Newton-Euler* formulazioa erabiliz. Aurrerago, Sheuk eta Walker-ek (1991) eta Grotjahn et al.-ek (2004) parametro dinamikoekiko eredu linealak idatzi zituzten *Lagrangeren biderkatzaileen* metodoa eta *Potentzia Birtualen Printzipioa* (*Principle of Virtual Power*, VPP) erabiliz.

Gatozen, orain, adibide zehatzetara. Sistema robotikoaren eredu dinamikoa eraikiz eta kalkulatu beharreko parametroetan marruskadura-eredu ez-linealak erabiltzea saihestuz, $\mathbf{K}(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \ddot{\mathbf{q}}_i)\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\tau}_i$ ekuazio-sistema lortzen da, non i azpiindizeak i -garren momentuekin bat egiten duen. $\mathbf{K}$ matrizea eta $\boldsymbol{\tau}$ bektorea zenbait momentutan ebaluatu ondoren, ereduaren sistema osoa lortzen da.

$$\mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\chi} \quad (1)$$

non $\mathbf{W}$ behaketa-matrizea den, zeinak sistema robotikoaren ekuazio dinamikoek definitzen duten mugimenduaren informazioa baitu; bestetik, $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ mekanismoa mugatzeko erabili diren koordenatu orokortuez osatua dago (eta haien denborazko lehen bi deribatuez); eta $\boldsymbol{\chi}$ bektorea kanpoko indarrez eta momentuez. $\boldsymbol{\phi}$ bektoreak sistemaren parametro dinamikoak biltzen ditu, zeinak solido bakoitzaren parametro inertzialak eta kontuan hartutako marruskadura-ereduaren koefizienteak baitira.

Eredu dinamikoa, parametrizazio-baldintza jakin batzuen mende dagoenean, parametro dinamikoekiko lineala da. Solido baten parametro inertzialak elementu hauez osaturik daude: solidoaren masa (m), solidoen grabitate-zentroaren (GZ) posizioa finkatzeko lehen hiru inertzia-momentuak (m_x, m_y, m_z) eta solidoen inertzia-momentuak (I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}) eta inertzia-biderkadurak (I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}). Azken bi horiek GZ ez den baina zinematikoki ezaguna den beste puntu batean egon behar dute definituta, horren posizioa ezezaguna baita hasiera batean.

1. ekuazioan planteatutako sistema lineala ebatz liteke parametro dinamikoaren estimazioa lortzeko. Hala ere, $\mathbf{W}$ matrizearen heina maximoa bada bakarrik egin daiteke hori. Izan ere, parametro inertzial batzuk normalean ez dira ekuazio dinamikoetan agertzen edo ekuazio dinamikoetan multzokatuta agertzen dira. Hortaz, haien konbinazio linealak soilik du eragina sistemaren dinamikan. Parametroen zenbakizko adierazpenak zehazteko, Gautier-ek (1991) *Balio Singularretako Deskonposizioa* (*Singular Value Decomposition*, SVD) eta *QR faktORIZAZIOA* oinarritutako bi metodo garatu zituen.

$\mathbf{W}$ matrizearen zutabeak haien artean linealki independenteak ez direnez, ezinezkoa da parametro dinamiko guztiak zehaztea; beraz, parametro dinamiko horien konbinazio linealak zehazten dira, *Oinarritutako Parametro* deritzenak.

Behin eredu dinamikoaren eraikuntza-faseak burutu eta eredu hori oinarritzko parametroetara murriztu eta gero, hurrengo urratsa esperimentuak diseinatzea da. Diseinatze-fasean, esperimentuan eragingailuek zer ibilbide egin behar duten erabakitzen da. Azkenik, ibilbidea parametrizatu eta optimizatu egiten da, parametro dinamikoen behagarritasuna maximoa izan dadin.

Sistemaren parametro dinamikoak estimatzeko, metodo bat baino gehiago balia daitezke. Erabilienetako bat indarren estimazio-errorearen karratua minimizatzen duena da, hots, *Karratu Txikiaren* (LS) estimazio-metodo deritzona.

Bestalde, robot serieen parametro dinamikoak estimatzeko, *Egiantz Handieneko Printzipioa* (ML) erabili zuten lehen aldiz Swevers et al.-ek (1997). Metodo horrek robotaren parametro dinamikoaren balioak eta ibilbidea doitzen dituzten parametroen balioak aukeratzeko, egindako neurketen ausazko laginaren probabilitatea maximizatzeko. Geroago, Olsen et al.-ek (2002) eta Abdellatif et al.-ek (2005) *Egiantz Handieneko* estimazio-metodoa erabili zuten, KUKA IR 361 eta PKM PaLiDa roboten parametro dinamikoak kalkulatzeko, hurrenez hurren.

Beraz, lan honen helburu nagusia da *Karratu Txikiaren* estimazio-metodoaren bidez eta *Egiantz Handienekoaren* bidez lortutako emaitzak alderatzea; bigarrenik, egiaztatzea kalkulaturako parametroak egindako neurketei doitzen ote zaizkien, bai eta parametro dinamikoaren desbiderapena kalkulatzeko ere, iragarri ahal izateko zenbateko zehaztasunarekin estimatu diren; eta, azkenik, zehaztea zein baldintzatan hobesten den ML estimazio-metodoa erabiltzea eta zeinetan LS estimazio-metodoa baliatzea.

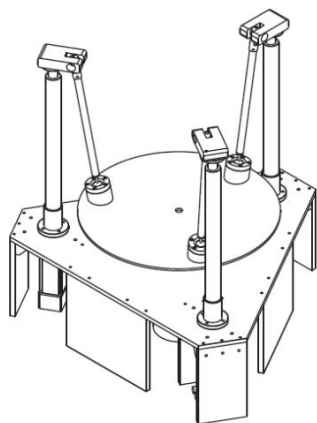
3. Ikerketaren muina

Atal honetan, ikerketan erabilitako estimazio-metodoak eta 3-PRS robotaren modelizazioa deskribatzen dira. Gehiago sakondu nahi bada, artikulua honen oinarri den gradu amaierako lanean eskuratu daiteke informazio gehiago (Bacaicoa, 2017).

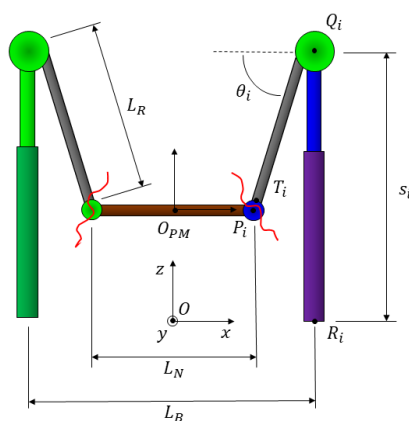
3.1. 3-PRS robota, akotazioa eta eredu zinematikoa

3-PRS robota 3 askatasun maila dituen manipulatuzaile paraleloa da, eta oinarri-plataforma batez eta plataforma mugikor batez osatuta dago. Plataforma horiek hiru kate zinematikoz lotuak daude, eta kate bakoitzak pare prismatikoa bat (P), biraketa-pare bat (R) eta pare esferikoa bat (S) dauzka. Pater-ek eta George-k (2012) dioten moduan, oso ohikoa da halako robotak erabiltzea osagai elektronikoekin lan egitean edota makina-erremintako prozesuetan.

1. irudia. 3-PRS robotaren geometria



2. irudia. 3-PRS robotaren akotazioa



Akotazioa O erreferentzia inertzialetik hasten da, eragingailuen azpiko R_i puntuak kokatzen dira (i -garren kate zinematikoa erreferentzia, non $i = 1, 2, 3$ den), oinarri-plataformaren L_B triangelu aldekidetaren aldearen luzera baliatuz. Puntu horietatik biraketa-pareen (Q_i) puntuetaraino, (s_1, s_2, s_3) koordenatu orokortuen bidez egiten da akotazioa. Modu berean, eragingailuen eta barren arteko biraketa erlatiboa $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ koordenatuen bidez adierazten da. Barren muturretan dauden T_i puntuak kokatzeko, L_R parametro geometrikoa erabili da. Azkenik, plataforma mugikorra erreferentzia inertzialetik akotatu da bere zentro geometrikoaren (O_{PM}) definizioarekin, (x, y, z) koordenatu kartesiarren eta (ψ_1, ψ_2, ψ_3)

Eulerren biraketa-angeluen bidez. Beste alde batetik, plataforma mugikorraren erpinak (P_i) triangelu aldeakidearen L_N aldearen luzeraren bidez kokatu dira. Beraz, *Koordenatu Orokortuen* bektorea hau da:

$$\mathbf{q} = (s_1, s_2, s_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, x, y, z, \psi_1, \psi_2, \psi_3)^T \quad (2)$$

Ekuazio zinematikoei dagokienez, kate zinematikoak irekita daudenez pare esferikoetan, lotura-ekuazio geometrikoen bidez ziurtatzen da itxita egongo direla. Horretarako, inposatu egiten da bi bideetatik berdina izango dela posizio-bektoreen batuketa erreferentzia inertzialetik (O) P_i puntuetaraino. Gainera, eta asmo berarekin, gauza bera ziurtatu da abiadura eta azelerazio mailetan ere, abiaduraren eta azelerazioaren ekuazio zinematikoak baliatuz, hurrenez hurren.

3.2. 3-PRS robotaren eredu dinamikoa

Eredu dinamikoak eraikitzeko, solido guztietan parte hartzen duten tortsore guztiak definitu behar dira, bai eta haien aplikazio-puntua eta puntu horiei loturiko abiadura birtuala ere. Gero, *Potentzia Birtualen Printzipioa* aplikatuz, 3-PRS robotaren lotura-ekuazioak eta ekuazio dinamikoak lortzen dira, eta, azkenik, murriztu egiten da eredu dinamikoa.

3-PRS robotaren parametro dinamikoak hauek dira: solidoen parametro inertzialak eta pare zinematikoetan kontsideratu diren marruskadura-ereduen koefizienteak. Solido bakoitzari 10 parametro inertzial dagozkio: horietako bat solidoaren masa da; beste hiru lehen inertzia-momentuari erreferentzia egiten dion grabitate-zentroa zehazteko dira; eta gainerako seiak solidoaren inertzia-tentsorearen osagaietatik datoz.

Solido bakoitzaren parametro inertzialak definitu dira; plataforma mugikorraren kasuan, O_{PM} puntutik egin dakien erreferentzia haien grabitate-zentroari eta inertzia-tentsoreari; eta i -garren barraren kasuan, berriz, Q_i puntuetatik egiten zaie erreferentzia. Bi kasuetan, solidoarekiko zurrana den erreferentzia-sistema batean ari gara. Eragingailuak lurzoruarekiko finko mantentzen direnez eta haien luzetarako norabidean bakarrik desplazatzen direnez, masa osoa eraman da alboko barretara. Hortaz, eragingailuen lehen inertzia-momentuak eta inertzia-tentsorearen osagaiak ez dira ekuazio dinamikoetan agertuko. Beraz, ez dira identifikatuko eragingailuei dagozkien parametro inertzialak. Azkenik, kontuan hartuta eragingailuek barrekiko zurrana den sistemaren X ardatzean bakarrik egin dezaketela bira, ereduaren ekuazio dinamikoetan ez dira agertuko ezta ere horien inertzia-momentuen (I_{yy}, I_{zz}) eta inertzia-biderkaduren osagaiak (I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}).

3-PRS robotaren eredua murriztean, eta kontuan hartuta $\mathbf{W}$ behaketa-matrizearen zutabe batzuk beste batzuekiko dependentzia lineala daukatela, $\mathbf{W}$ matrizea honela deskonposa daiteke: $\mathbf{W}_{ind}$ behaketa-azpimatrizen independenteak eta $\mathbf{W}_{dep}$ matrize dependentek, eta horiekin erlazionaturiko $\boldsymbol{\phi}_{ind}$ parametro dinamiko independenteak eta $\boldsymbol{\phi}_{dep}$ parametro dependentek. Hala, estima daitezkeen $\boldsymbol{\phi}_B$ robotaren *Oinarritzko Parametroen* adierazpena lortzen da, 3. ekuazioak adierazten duen moduan.

$$\mathbf{W}\boldsymbol{\phi} = [\mathbf{W}_{ind} | \mathbf{W}_{dep}] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\phi}_{ind} \\ \boldsymbol{\phi}_{dep} \end{pmatrix} = [\mathbf{W}_{ind} | \boldsymbol{\beta} \mathbf{W}_{ind}] \begin{pmatrix} \boldsymbol{\phi}_{ind} \\ \boldsymbol{\phi}_{dep} \end{pmatrix} = \mathbf{W}_{ind} [\mathbf{I} + \boldsymbol{\beta}] \boldsymbol{\phi} = \mathbf{W}_B \boldsymbol{\phi}_B = \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

non $\mathbf{W}_B$ sistema murriztuaren behaketa-matrizea den ($\mathbf{W}_B = \mathbf{W}_{ind}$ bada), $\mathbf{I}$ identitate matrizea, eta $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{W}_{dep} \mathbf{W}_{ind}^{-1}$ behaketa-azpimatrizen erlazionatzen dituen matrizea.

3.3. Sistemaren eszitazioa: Ibilbide optimoak

Artikulu honetan erabilitako ibilbidearen parametrizazioa Swevers et al.-ek (1996) proposatu zuten, eta *Fourierren* serie mugatuen bitartez egiten da. Hala, i -garren koordenatu independentearen posizioa parametrizatua geratzen da, 4. ekuazioak adierazten duen moduan. Era berean, koordenatu independenteen abiadura eta azelerazioak ondoz ondoko denboraren deribatua ginez lortzen dira.

$$\mathbf{q}_i(t) = a_{i0} + \sum_{j=1}^{N_H} [a_{ij} \sin(j\omega t) + b_{ij} \cos(j\omega t)] \quad (4)$$

non N_H *Fourierren* serie mugatua definitzeko erabili den harmoniko kopurua den, eta w oinarritzko pultsazioa ($w = 2\pi/T_f$, T_f oinarritzko periodoa bada). Seriearen mendeko a_{i0}, a_{ij}, b_{ij} ibilbide-parametroak $\boldsymbol{\delta} = (a_{i0}, a_{1j}, b_{1j}, \dots, a_{1N_H}, b_{1N_H})$ *Ibilbidearen Parametroen* bektorean multzokatu dira.

3.4. Parametro dinamikoen estimazioa Karratu Txikiaren metodoaren bidez

Hasiera batean, eragingailuen ibilbidea linealki adierazten denez $\boldsymbol{\delta}$ -ekiko, $\mathbf{q}_{k,i} = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\delta}$ ekuazio-sistema ebatziz kalkulatu dira horiek; non $\mathbf{F}$ matrizea *Fourierren* serie mugatuaren sinuez eta kosinuz osatuta baitago, eta azpiindizeek i -garren koordenatu independenteari eta k -garren neurriari egiten baitiote erreferentzia, hurrenez hurren.

Aurreko sistema lineala ebatzi ondoren, parametro dinamikoen lehen hurbilketa egiteko moduan dago *Karratu Txikiaren* estimazio-metodoaren bidez, $\boldsymbol{\tau}_m$ eragingailu bakoitzean neurtutako indarrak eta $\mathbf{W}_B$ sistema murriztuaren behaketa-matrizea baliatuz. Har dezagun kontuan eredu dinamikoa parametroekiko lineala dela; orduan, minimizazio-arazoa adierazpen hau ebatziz lortu daiteke:

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}_{LS} = (\mathbf{W}_B^T \mathbf{W}_B)^{-1} \mathbf{W}_B^T \boldsymbol{\tau}_m \quad (5)$$

3-PRS robotaren ibilbide-parametroen ($\hat{\boldsymbol{\delta}}_0$) eta parametro dinamikoen ($\hat{\boldsymbol{\phi}}_{LS}$) lehen estimazioak lortu ondoren, $\boldsymbol{\vartheta}_0$ bektorean multzokatu dira, eta ML estimazio-metodo prozesu iteratiboaren hasierako bektorea izango da.

3.5. Parametro dinamikoen estimazioa Egiantz Handieneko metodoaren bidez

Egiantz Handieneko metodoan oinarritutako sistemen identifikazioak marko estatistikoan du funtsa. Horrenbestez, ohikoa da suposatzea $\mathbf{q}_m(k)$ neurtutako koordenatu independenteak eta $\boldsymbol{\tau}_m(k)$ eragingailuetan neurtutako pareak, $k = 1$ -etik N arte (non N robotean egindako neurketa kopurua baita), hondatuta daudela, zero batezbesteko ($\mu = 0$) zarata gausstar independenteen ondorioz. Zarata aldagaiak $\mathbf{n}_q(k)$ eta $\mathbf{n}_\tau(k)$ bidez izendatuko dira, hau da:

$$\mathbf{q}_m(k) = \mathbf{q}(k) + \mathbf{n}_q(k) \quad (6a)$$

$$\boldsymbol{\tau}_m(k) = \boldsymbol{\tau}(k) + \mathbf{n}_\tau(k) \quad (6b)$$

non $\mathbf{q}(k)$ eta $\boldsymbol{\tau}(k)$ benetako koordenatu independenteak eta indarren balio ezezagunak diren, hurrenez hurren.

$\boldsymbol{\phi}_{ML}$ parametro dinamikoak ML metodoaren bidez estimatzeko, $\boldsymbol{\phi}$ bektorea estimatu behar da, zeinak $\mathbf{q}_m(k)$ eta $\boldsymbol{\tau}_m(k)$ neurketen probabilitatea maximizatzen baitu. Demagun neurketen zarata independentea eta gausstarra dela; orduan, Π -z izendatutako funtzio koadratikoa minimizatu behar da.

$$\Pi(\mathbf{q}_m, \boldsymbol{\tau}_m | \boldsymbol{\phi}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \left(\frac{n_{qi}^2(k)}{\sigma_{qi}^2} + \frac{n_{\tau i}^2(k)}{\sigma_{\tau i}^2} \right) \quad (7)$$

non σ_{qi}^2 eta $\sigma_{\tau i}^2$, $q_i(k)$ artikulazioan eta $\tau_i(k)$ eragingailuaren parean neurtutako zaraten i -garren bariantzak baitira, hurrenez hurren. Horiek konstanteak eta ezagunak direla joko da.

Aurreko irizpidearen minimizazioa *Karratu Txikiaren* optimizazio ez-linealaren arazo bat da, 1. ekuazioa kontuan hartuz gero. Inplementazio praktikoa egiteko, $\mathbf{n}_q(k)$ eta $\mathbf{n}_\tau(k)$ kalkulatu behar dira $\boldsymbol{\phi}$ -ren estimazio bakoitzerako, baldin eta $\mathbf{q}_m(k)$ eta $\boldsymbol{\tau}_m(k)$ neurketak badira. Hori ezin da egin oraingo

formulazioarekin; izan ere, $\mathbf{q}(k)$ koordenatuak eta $\boldsymbol{\tau}(k)$ eragingailuen pareak ezin dira kalkulatu $\boldsymbol{\phi}$ soilik jakinik. Horregatik, $\boldsymbol{\phi}$ parametro dinamikoen bektorea, hau da, probabilitate handieneko optimizazio arazoaren askatasun mailak islatzen dituen bektorea, ibilbidearen parametrizazio batekin zabaldu behar da, $\boldsymbol{\delta}$ ibilbidearen parametroen bektorea baliatuz.

Parametrizazio hori robotaren eszitazioa optimizatzearekin erlazionatua dago, eta aukera ematen du *Egiantz Handieneko* irizpidea honela birformulatzeko:

$$\Pi(\mathbf{q}_m, \boldsymbol{\tau}_m | \boldsymbol{\vartheta}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \left(\frac{(e_q(\boldsymbol{\delta}, k))^2}{\sigma_{q_i}^2} + \frac{(e_\tau(\boldsymbol{\vartheta}, k))^2}{\sigma_{\tau_i}^2} \right) \quad (8)$$

non:

$$e_q(\boldsymbol{\delta}, k) = q_{mi}(k) - q_i(\boldsymbol{\delta}, k) \quad (9a)$$

$$e_\tau(\boldsymbol{\vartheta}, k) = \tau_{mi}(k) - \tau_i(\boldsymbol{\vartheta}, k) \quad (9b)$$

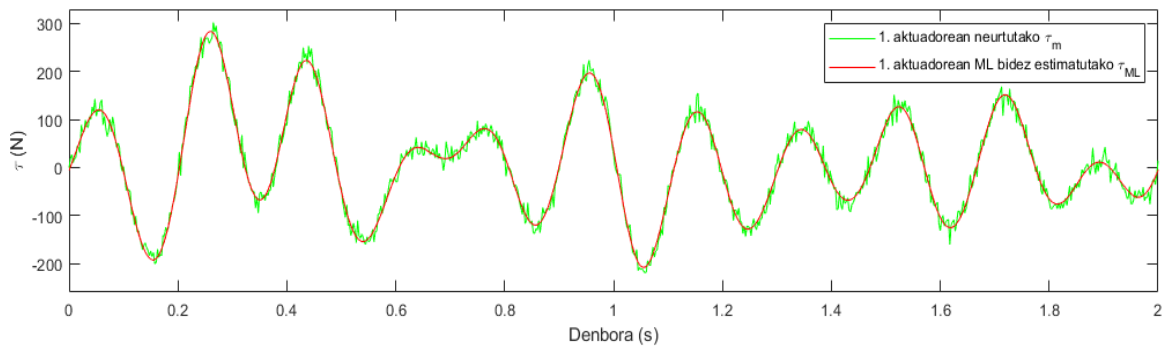
$$\boldsymbol{\vartheta} = [\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\delta}^T]^T \quad (9c)$$

Azkenik, Matlab softwarearen *fminunc* zenbakizko metodoa erabiliz, minimizatu egin da irizpide koadratikoa $\boldsymbol{\vartheta}$ -rekiko, $\mathbf{q}_m(k)$ neurtutako koordenatu eta $\boldsymbol{\tau}_m(k)$ eragingailu bikote-multzo baten arabera. Minimizazio-prozesu iteratiboan, $(\|\hat{\boldsymbol{\vartheta}}_{j-1} - \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_j\|) < TOL = 10^{-7}$ konbergentzia-irizpidea erabili da, non azpiindizeak j -garren iterazioa definitzen duen baldin eta $j = 1, \dots, N_{iter}$ bada.

3.6. Emtzak

Lehenik eta behin, 3-PRS robotaren $\boldsymbol{\phi}_{ML}$ parametro dinamikoen bektorea estimatu da *Egiantz Handieneko* metodoaren bidez (ML). Bigarrenik, eredu dinamikoa balioztatzeari ekin zaio, hau da, datu esperimentalez eraiki eta identifikatutako ereduak balidatzeari. Horretarako, aztergai den sistemaren irudikapena egiaztatu da; hots, identifikaziorako erabili ez den beste esperimendu baten datuak erabiliz, konparatu egin dira neurtu diren irteerak eta estimatu direnak. Hala egiaztatu da doitasun nahikoarekin irudikatzen ote duen ereduak sistema mekanikoa.

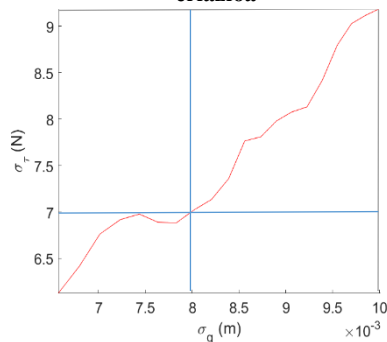
3. irudia. Neurtutako τ_m eta ML bidez estimatutako parametro dinamikoak eragindako τ_{ML}



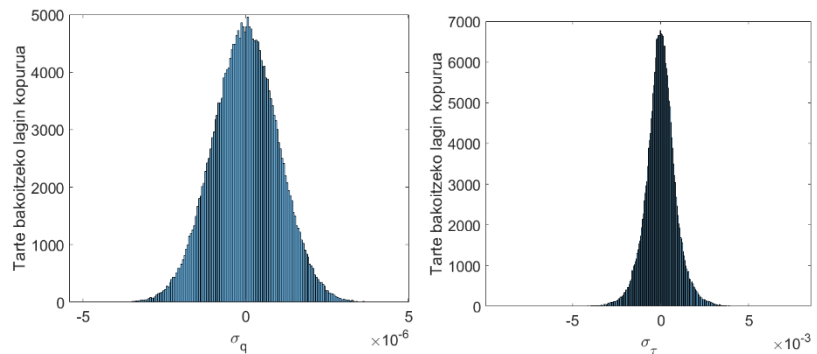
Bestalde, esperimendua egitean ibilbideak zenbaitetan errepikatzen direnez, aukera dago posizioen eta indarren neurketen errorea estimatzeko. Hortaz, posizio-neurketen desbiderapen tipikoa aski txikia bada, ez da aintzat hartu beharrik, eta, parametro dinamikoak estimatzeko, 5. ekuazioan planteatutako ekuazio-sistema ebatzi behar da. Hala ere, posizio-neurketen desbiderapenari buruz hitz egitean, txikia zer den zehaztu behar da; izan ere, magnitude desberdinak dituzte, eta desbiderapena ezin da zuzenean konparatu indar-neurketen errorearekin.

Azkenik, metodo analitikoak erabiliz, zaila da jakitea posizioen zaratak nolako eragina duen indarregan. Hortaz, esperimentu birtual bat egin da, *Monte Carlo* metodoa deritzona, Raychaudhuri-k (2007) deskribatzen duen moduan. Metodo horretan, zenbait simulazio birtual errepikatzen dira: ereduaren sarrerak (q) *pixka bat* aldatzen dira zarataren bitartez, eta ereduaren irteerak (τ) nola aldatzen diren aztertzen da. Behin simulazio askoren sarrera- eta irteera-balioak aztertu ondoren, horien desbiderapen tipikoak kalkulatu dira, eta, hala, zehaztu daiteke indarren desbiderapen tipikoak zenbateko mendekotasuna duen posizioen desbiderapen tipikoekiko. Esperimentu birtual horien bidez, batetik, posizioen eta indarren zaraten arteko erlazioa lortzen da, 4. irudian ageri den moduan, eta, bestetik, posizioen eta indarren zaraten banaketa estatistikoaren histogramak irudikatzen dira (5. irudian).

4. irudia. Posizioen eta indarren zaraten desbiderapenen arteko erlazioa



5. irudia. Zaraten banaketaren histogramak



(a) Posizioen zarata $\sigma_q = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ -rako

(b) Indarren zarata $\sigma_\tau = 7,5 \text{ N}$ -erako

4. Ondorioak

Ikerketa-lan honetatik ondorio asko atera daitezke, baina hauek dira nagusiak:

- Lehenik eta behin, *Karratu Txikiaren* estimazio-metodoak (LS) eta *Egiantz Handieneko* estimazio-metodoak (ML) antzeko emaitzak ematen dituzte baldintza esperimental beretan: neurtutako posizio-koordinatuen errorea ez da aintzat hartzekoa neurtutako kanpo-indarren errorearekin alderatuz gero. Lehenengo eragingailuaren kasuan, 3. iruditik ondorioztatzen da ϕ_{ML} parametro dinamikoaren bektorearen bidez estimatutako indarraren (τ_{ML}) eta neurtutako indarraren (τ_m) bektoreak baliokideak direla. Beraz, *Egiantz Handieneko* metodoaren bidez (ML) estimatu den eredu dinamikoa balioztatuko dugu.
- Bigarrenik, *Monte Carlo* metodoa erabiliz, zera frogatu da: baldin eta posizioen neurketen zarata gausstarra baldin bada, nola aldatzen den beste banaketa estatistiko bat duen indar baten zarata (5. irudia eta 5.b irudia); proposatutako eredu dinamikoa ez-lineala delako q koordenatu orokortuekiko.
- Hirugarrenik, egiaztatu da zein erlazio dagoen posizioen eta indarren zaraten desbiderapen tipikoen artean (4. irudia). Beraz, eragingailuen posizio-neurketen zaratek indar-neurketen zaratan zenbateko eragina izan duten estimatu da. 3-PRS robotaren benetako posizio-neurketen desbiderapen tipikoak emandako indar-neurketen desbiderapen tipikoa txikiagoa balitz benetako indar-neurketen desbiderapen tipikoa baino, baieztatu egingo litzateke eragingailuen errore-neurketak aintzat ez hartzekoak direlako hipotesia.
- Laugarrenik, *Egiantz Handieneko* estimazio-metodoa ez da metodorik egokiena 3-PRS robot baten parametro dinamikoak estimatzeko. Horrenbestez, ez da metodo hain sofistikatu erabili beharrik askatasun mailen erroreak zehaztasunez neurtzen direnean. 3-PRS robotaren parametro

dinamikoak estimatzeko, beraz, *Karratu Txiki*en estimazio-metodoa hobesten da, errazagoa baita.

5. Etorkizunerako planteatzen den norabidea

*Egiantz Handi*en estimazio-metodoa frogatu, eta parametro dinamikoaren bektorea estimatu ondoren, ikusi da zenbait hobekuntza egin daitezkeela etorkizunean. Hona hemen aurrerantzean egin daitezkeen zenbait lan:

- Datu esperimentalen ibilbidearen parametrizazioa, *Fourier*ren serie finituekin egin ordez, *spline* bidez egitea, ibilbidea hobeto doitzeko eta abiadura baxuko tokietan erroreak saihesteko. Zarata txertatzen duten zenbakizko metodoak erabili beharrean *spline*ak erabiliko balira, deribatze moduko adierazpen analitikoak emango lituzkete abiadura eta azelerazioak lortzeko.
- Askatasun mailen posizio-neurketetako zarata aintzat hartzeko den manipulatzailerako paraleloetan, *Egiantz Handi*en estimazio-metodoa erabiltzea parametro dinamikoak balioztatze, eta manipulatzailerako horietan metodoa aplikagarria ote den egiaztatzea.

6. Erreferentziak

- Abdellatif, H., Heimann, B. eta Grotjahn, M.. (2004): *Identification of friction and rigid-body dynamics of parallel kinematic structures for model-based control*. Multibody System Dynamics vol. 11 no. 3. 273-294.
- , (2005): *Statistical Approach for Bias-free Identification of a Parallel Manipulator Affected by Large Measurement Noise*. 44th IEEE Conference on Decision and Control. 3357-3362.
- Bacaicoa, J. (2017), Gradu Amaierako Lana: *Identificación de parámetros dinámicos de un Robot 3-PRS por Máxima Verosimilitud*. Nafarroako Unibertsitate Publikoa.
- Chen, K., Beale, D.G. eta Wang D. (2002): *A new method to determine the base inertial parameters of planar mechanisms*. Mechanism and Machine Theory, vol. 37 no. 9. 971-984.
- Gautier, M. (1991): *Numerical calculation of the base inertial parameters of robots*. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 8 no. 4. 485-506.
- Kanade, T eta Khosla, P.K. (1985): *Parameter identification of robot dynamics*. 24th IEEE Conference on Decision and Control. 1754-1760.
- Raychaudhuri, S. (2007): *Introduction to Monte Carlo Simulation*. 40th Conference on Winter Simulation. 91-100.
- Mayeda, H., Yoshida, K. eta Osuka, K. (1990): *Base parameters of manipulator dynamics models*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 6 no. 3. 312-321.
- Olsen, M., Swevers, J. eta Verdock, W. (2002): *Maximum Likelihood Identification of a Dynamic Robot Model: Implementation Issues*. International Journal of Robotics Research, vol. 21 no. 2. 89-96.
- Pater, Y.D. eta George, P.M. (2012): *Parallel Manipulators Applications*. Modern Mechanical Engineering, vol. 2. 57-64.
- Sheu, S. eta Walker, M.W. (1991): *Identifying the independent inertial parameter space of robot manipulators*. International Journal of Robotics Research, vol.10 no. 6. 668-683.
- Swevers, J., Ganseman, C., De Schutter, J. eta Van Brussel, H. (1996): *Experimental robot identification using optimised periodic trajectories*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 10 no. 5. 561-577.
- , (1997): *Optimal Robot Excitation and Identification*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 13 no. 5. 730-740.

7. Eskerrak eta oharrak

Gure eskerrik onenak ikerketa-lan hau bultzatu eta lagundu duten IMAC ikerketa-taldeko kideei.

Artikulu honetan laburbiltzen da egilearen gradu amaierako lan honen parte bat: “*Identificación de parámetros dinámicos de un Robot 3-PRS por Máxima Verosimilitud*”.